Esercizi semplici per il calcolo di massimi e minimi di una funzione

Esercizio 1

Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativi delle funzione:

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

Tale funzione è definita $\forall x \in [1;+\infty[$, pertanto gli eventuali punti di massimo o di minimo li dovremo cercare in tale insieme.

Calcoliamo, dunque la derivata prima della funzione per stabilire la sua la crescenza e decrescenza:

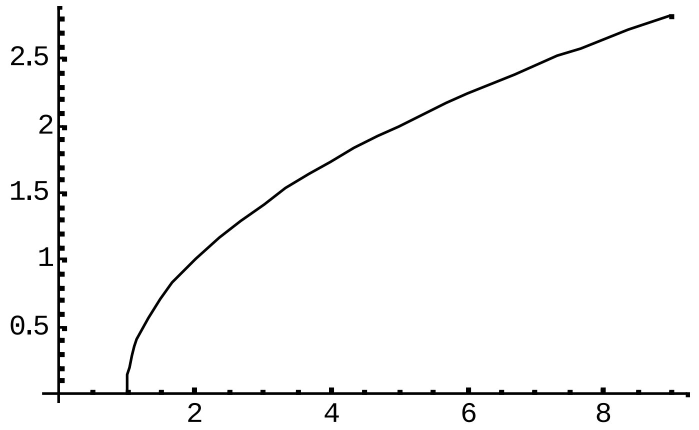
$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

Studiamo la positività della derivata:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \geq 0$$

Osserviamo che tale funzione è sempre positiva in $[1;+\infty[$ (la radice è una quantità sempre positiva)

Pertanto tale funzione data risulta sempre crescente. Lo si può osservare dal grafico:



Tale funzione non ha punti di massimo o minimo relativo ma soltanto punti di minimo assoluto (1;0) e massimo assoluto $+\infty$.

Esercizio 2

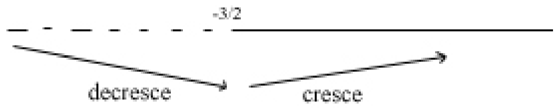
Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativi delle funzione:

$$f(x) = x^2 + 3x - 1;$$

Tale funzione è definita $\forall x \in R$; calcoliamo, dunque la derivata prima della funzione per stabilire la sua la crescenza decrescenza:

$f'(x) = 2x+3$.

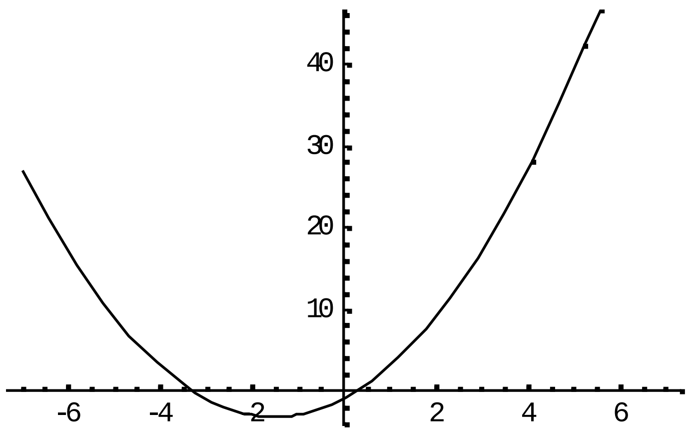
Poniamo $f'(x) \geq 0 \Rightarrow 2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3/2$



In $x=-3/2$ la funzione ammette un punto di minimo relativo.

$f(-3/2)=23/4 \Rightarrow M(-3/2; 23/4)$ è un punto di minimo.

Tale punto è un punto di minimo assoluto come è evidenziato nel grafico:



Esercizio 3

Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativi delle funzione:

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-5x+6}$$

La funzione è definita in tutto R-{2;3}. Calcoliamo i punti di massimo e minimo della funzione.

La *f(x)* è un rapporto, pertanto applichiamo la regola di derivazione di un rapporto:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Pertanto:

$$\frac{1(x^2-5x+6)-(x-1)(2x-5)}{(x^2-5x+6)^2} = \frac{x^2-5x+6-2x^2+5x+2x-5}{(x^2-5x+6)^2}$$

Sommando i termini simili si ha:

$$f'(x) = \frac{-x^2+2x+1}{(x^2-5x+6)^2}$$

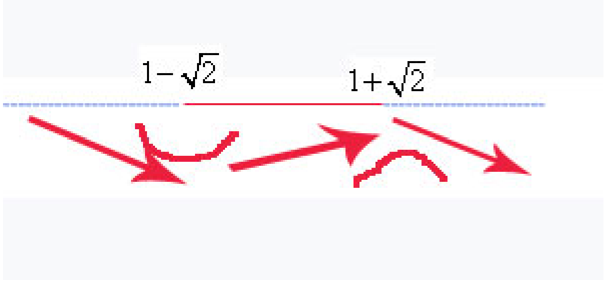
Studiamo il segno della derivate:

$$f'(x) = \frac{-x^2+2x+1}{(x^2-5x+6)^2} \geq 0$$

Essendo una fratta, poniamo numeratore e denominatore rispettivamente maggiore/uguale e maggiore di 0:

$$\begin{cases} -x^2+2x+1 \geq 0 \\ (x^2-5x+6)^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1-\sqrt{2} \leq x \leq 1+\sqrt{2} \\ \forall x \in \mathbb{R} - \{2,3\} \end{cases}$$

Rappresentiamo:



Dunque $1-\sqrt{2}$ è un punto di minimo e $1+\sqrt{2}$ è un punto di massimo.