

Esercizi svolti - Calcolo dell'equazione della retta tangente ad una curva

Esercizio1

Calcolare la retta tangente alla curva

$$y = e^{1-x^2}$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$

L'equazione della retta tangente alla curva è data da:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Calcoliamoci l'ordinata del punto T di tangenza:

Sostituiamo $x_0 = 1$ nella curva data:

$$f(1) = e^{1-1^2} = e^0 = 1$$

Dunque il punto di tangenza ha per coordinate (1; 1)

Calcoliamo la derivata della funzione data:

$$f'(x) = e^{1-x^2}(-2x) = -2xe^{1-x^2}$$

Calcoliamo il coefficiente angolare della tangente

$$m = f'(1) = -2e^0 = -2$$

Pertanto la retta tangente alla curva è:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y - 1 = -2(x - 1)$$

$$y = -2x + 3$$

Esercizio2

Calcolare la retta tangente alla curva

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 8}$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$

L'equazione della retta tangente alla curva è data da:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Calcoliamoci l'ordinata del punto T di tangenza:

Sostituiamo x_0 nella curva

$$f(1) = \frac{1 - 4 + 3}{1 - 6 + 8} = 0$$

Quindi : $T(1; 0)$

Calcoliamo la derivata della funzione data:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x - 4)(x^2 - 6x + 8) - (x^2 - 4x + 3)(2x - 6)}{(x^2 - 6x + 8)^2} = \\ &= \frac{2(x^3 - 6x^2 + 8x - 2x^2 + 12x - 16 - x^3 + 4x^2 + 3x + 3x^2 - 12x + 9)}{(x^2 - 6x + 8)^2} \\ f'(x) &= \frac{2(x^2 - 5x + 7)}{(x^2 - 6x + 8)^2} = \end{aligned}$$

Calcoliamo il coefficiente angolare della tangente:

$$m = f'(1) = \frac{-2(1 - 5 + 7)}{9} = \frac{-2(3)}{9} = -\frac{2}{3}$$

Pertanto l'equazione della retta tangente alla curva è:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

Ovvero:

$$\begin{aligned} y &= -\frac{2}{3}(x - 1) \\ y &= -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \end{aligned}$$