# Calcolo di limiti forma indeterminata $\frac{0}{0}$

## Esercizio 1

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{sinx}} - \sqrt{1 - \operatorname{sinx}}}{x}$$

Sostituendo al posto di × il valore 0 si ha la forma indeterminata $\frac{0}{0}$

Moltiplichiamo numeratore e denominatore per $\left(\sqrt{1 + \operatorname{sinx}} + \sqrt{1 - \operatorname{sinx}}\right)$

Si ha:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\left(\sqrt{1 + \operatorname{sin}x} - \sqrt{1 - \operatorname{sin}x}\right) \times \left(\sqrt{1 + \operatorname{sin}x} + \sqrt{1 - \operatorname{sin}x}\right)}{x\left(\sqrt{1 + \operatorname{sin}x} + \sqrt{1 - \operatorname{sin}x}\right)} =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 + \operatorname{sin}x - 1 + \operatorname{sin}x}{x\left(\sqrt{1 + \operatorname{sin}x} + \sqrt{1 - \operatorname{sin}x}\right)} =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{2 \cdot \operatorname{sin}x}{x\left(\sqrt{1 + \operatorname{sin}x} + \sqrt{1 - \operatorname{sin}x}\right)} = 2 \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sin}x}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{\left(\sqrt{1 + \operatorname{sin}x} + \sqrt{1 - \operatorname{sin}x}\right)} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

## Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1 - e^x)}{\operatorname{sin}x}$$

Sostituendo alla × il valore 0 si ha la forma indeterminata $\frac{0}{0}$

Riconosciamo però due limiti notevoli:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Pertanto, dividendo numeratore e denominatore per × ritroviamo i due limiti notevoli su indicati:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1 - e^x}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{-1}{1} = -1$$

## Esercizio 3

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{arctglog^2(1 + 2x)}{settsenh(\sqrt[3]{1 + 3x^2} - 1)}$$

Sostituendo alla × il valore 0 si ha la forma indeterminata $\frac{0}{0}$

Ricordiamo i limiti notevoli

$$\lim_{x \to 0} \frac{arctgx}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\log(x + 1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{settsenh}x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{(1 + \mathrm{x})^k}{\mathrm{k}x} = 1$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{arctglog^2(1+2x)}{settsenh(\sqrt[3]{1+3x^2}-1)} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{arctglog^2(1+2x)}{log^2(1+2x)} log^2(1+2x)}{\frac{settsenh(\sqrt[3]{1+3^2}-1}{(\sqrt[3]{1+3x^2}-1)}(\sqrt[3]{1+3x^2}-1)} ==$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\dfrac{log^2(1+2x)}{4x^2}\,4x^2}{\dfrac{\left(\sqrt[3]{1+3\mathrm{x}^2}-1\right)}{\frac{1}{3}3\mathrm{x}^2}\,\frac{1}{3}3\mathrm{x}^2} = 4$$