

Disequazioni con valore assoluto – esercizi svolti- SEMPLICI

1. Calcolare le soluzioni della seguente disequazione:

$$|2x^2 - 3x - 1| > 1$$

La disequazione è verificata per:

$$1) 2x^2 - 3x - 1 > 1$$

e

$$2) 2x^2 - 3x - 1 < -1$$

Risolviamo entrambe:

$$1) 2x^2 - 3x - 2 > 0$$

da cui:

$$x < -\frac{1}{2}; x > 2$$

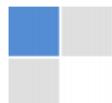
$$2) 2x^2 - 3x < 0$$

Da cui

$$0 < x < \frac{3}{2}$$

Quindi la disequazione è verificata per:

$$S: x < -\frac{1}{2}; 0 < x < \frac{3}{2}; x > 2$$



2. Calcolare le soluzioni della seguente disequazione:

$$|3x^2 - 4x - 2| < 2$$

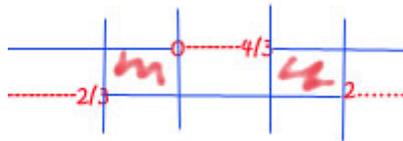
La disequazione è verificata per:

$$-2 < 3x^2 - 4x - 2 < 2$$

Ovvero deve essere verificato il sistema:

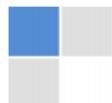
$$\begin{cases} 3x^2 - 4x - 2 < 2 \\ 3x^2 - 4x - 2 > -2 \end{cases}; \begin{cases} 3x^2 - 4x - 4 < 0 \\ 3x^2 - 4x > 0 \end{cases}; \begin{cases} -\frac{2}{3} < x < 2 \\ x < 0; x > \frac{4}{3} \end{cases}$$

Rappresentiamo le soluzioni e prendiamo la parte comune:



Quindi la soluzione è:

$$S: -\frac{2}{3} < x < 0; \frac{4}{3} < x < 2$$



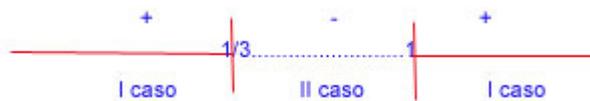
3. Calcolare le soluzioni della seguente disequazione:

$$|3x^2 - 4x + 1| < x + 2$$

Studiamo il segno del valore assoluto:

$$3x^2 - 4x + 1 > 0$$

$$x < \frac{1}{3}; x > 1$$



I caso

Nel primo caso il valore assoluto è positivo e verrà preso con il proprio segno, così come lo si trova nella traccia:

$$\begin{cases} x < \frac{1}{3}; x > 1 \\ 3x^2 - 4x + 1 < x + 2 \end{cases}$$

II caso

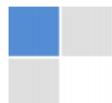
Nel secondo caso il valore assoluto è negativo e verrà preso con il segno cambiato:

$$\begin{cases} \frac{1}{3} < x < 1 \\ -3x^2 + 4x - 1 < x + 2 \end{cases}$$

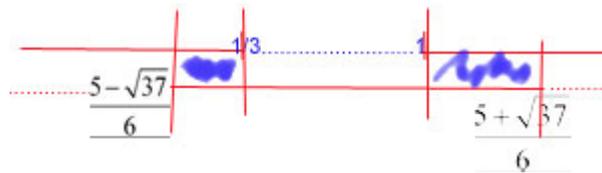
Risolviamo i due casi:

I caso

$$\begin{cases} x < \frac{1}{3}; x > 1 \\ 3x^2 - 4x + 1 < x + 2 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{1}{3}; x > 1 \\ 3x^2 - 5x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < \frac{1}{3}; x > 1 \\ \frac{5 - \sqrt{37}}{6} < x < \frac{5 + \sqrt{37}}{6} \end{cases}$$



Rappresentiamo il sistema:



Quindi la soluzione è:

$$S_I: \frac{5 - \sqrt{37}}{6} < x < \frac{1}{3}; 1 < x < \frac{5 + \sqrt{37}}{6}$$

II caso

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} < x < 1 \\ -3x^2 + 4x - 1 < x + 2 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} < x < 1 \\ -3x^2 + 3x - 3 < 0 \rightarrow \Delta < 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} < x < 1 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

Rappresentiamo il sistema:

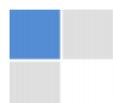


Quindi la soluzione è:

$$S_{II}: \frac{1}{3} < x < 1$$

La soluzione totale è unione di S_I e S_{II} (notare che per $x=1/3$ e $x=1$ la disequazione è verificata) :

$$\frac{5 - \sqrt{37}}{6} < x < \frac{5 + \sqrt{37}}{6}$$



4. Calcolare le soluzioni della seguente disequazione:

$$\left| \frac{x-2}{x+1} \right| \geq 0$$

Studiamo il segno del valore assoluto:

$$\frac{x-2}{x+1} \geq 0 \quad \left[\begin{array}{l} x-2 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{array} \right]; \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x > -1 \end{array} \right]$$

Rappresentiamo le soluzioni e facciamo il prodotto dei segni:



Quindi dobbiamo risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

I caso

$$\left\{ \begin{array}{l} x < -1; x > 2 \\ \frac{x-2}{x+1} \geq 0 \end{array} \right.$$

II caso

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 2 \\ -\frac{x-2}{x+1} \geq 0 \end{array} \right.$$

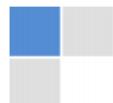
Il primo sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} x < -1; x > 2 \\ \frac{x-2}{x+1} \geq 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x < -1; x > 2 \\ x < -1; x \geq 2 \end{array} \right.$$

Quindi $S_1: x < -1$ e $x > 2$

Il secondo sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 2 \\ -\frac{x-2}{x+1} \geq 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 2 \\ -x+2 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 2 \\ -x+2 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 2 \\ -1 < x < 2 \end{array} \right. ;$$



Quindi $S_2: -1 < x < 2$

Per $x=2$ la disequazione è verificata (basta sostituire 2 nella traccia)

Per $x=-1$ la disequazione perde di significato.

La soluzione totale è unione di S_1 e $S_2: : x < -1; x > -1$ ovvero

$$\mathbb{R} - \{-1\}$$



5. Calcolare le soluzioni della seguente disequazione:

$$|3x+1| - 3x < |x+2|$$

Studiamo il segno dei valori assoluti:

$$3x+1 > 0; x > -1/3$$

$$x+2 > 0; x > -2$$



I caso:

$$\begin{cases} x < -2 \\ -3x-1-3x < -x-2 \end{cases}; \begin{cases} x < -2 \\ -5x < -1 \end{cases}; \begin{cases} x < -2 \\ x > 1/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_1 = \emptyset$$

II caso

$$\begin{cases} -2 < x < -1/3 \\ -3x-1-3x < x+2 \end{cases}; \begin{cases} -2 < x < -1/3 \\ -7x < +3 \end{cases}; \begin{cases} x < -2 \\ x > -3/7 \end{cases} \Rightarrow S_2 = \emptyset$$

III caso

$$\begin{cases} x > -1/3 \\ 3x+1-3x < x+2 \end{cases}; \begin{cases} x > -1/3 \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow S_3 = x > -1/3$$

$$S_{tot} = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \{x \in \mathbb{R} / x > -1/3\}$$

